

Beleg zur Veranstaltung Simulation ökonomischer Prozesse

# **Simulationstheoretische Analyse: Rentensystem Deutschland 2045**

**Aleksandar Ivanov**

Technische Universität Dresden

# INHALTSVERZEICHNIS

1. Fragestellung	3
2. Simulationsmodell	
• Modellstruktur	3
• Ausgewählte Modellgleichungen & wichtige Annahmen	4
• Parameterwerte & Annahmen	6
• Verifizierung & Validierung	8
3. Resultate	
• Untersuchungsstrategie	9
• Szenario 1.1: Kein Einkommenswachstum, keine Zuwanderung	9
• Szenario 1.2: 2% Einkommenswachstum, keine Zuwanderung	11
• Szenario 2.1: Kein Einkommenswachstum, 0,2 Mio. Zuwanderung	13
• Szenario 2.2: 2% Einkommenswachstum, 0,2 Mio. Zuwanderung	14
4. Diskussion & Schlussbemerkungen	
• Antworten zur Aufgabenstellung & Zusammenfassung	14
• Problembetrachtung	15
Quellen	16

# 1. Fragestellung

Aus Wiedemann (2005, Beleg 1, Aufgabe A):

Die Frage der Rentenbeiträge ist gegenwärtig breit in der Diskussion. Erstellen Sie ein Simulationsmodell zur Berechnung Ihrer Rente in ca. 40 Jahren, falls die gegenwärtigen Trends beibehalten werden. Gehen Sie dabei nach von folgenden Prämissen aus:

Bis zum Jahr 2040 erwartet man einen deutlichen Rückgang der deutschen Bevölkerung von derzeit 81 Millionen bei einer Nettozuwanderung von Null (Szenario 1). Möglich ist auch eine Nettozuwanderung von 200.000 Personen jährlich (Szenario 2).

## *Fragen*

1. Welche Bevölkerungszahlen ergeben sich für 2040 bei Szenario 1 und 2 ?
2. Welche Änderung ergibt sich bei einer Anhebung der Geburtenrate auf 1,8 oder 2,2 ?
3. Welches Rentenniveau ergibt sich für Sie im Jahre 2040 (2045) ohne regelnde Eingriffe ?
4. Wie viel Geld müssten Sie jährlich in 6% Rendite bringenden Aktien anlegen, wenn Sie
  - a.) nach 40 Jahren summarisch auf den alten Rentensatz von 65% kommen wollen;
  - b.) wenn Sie, wie in den USA, ihre Rente komplett über Aktien finanzieren müssten?

# 2. Simulationsmodell

## *Modellstruktur*

- Stetiges Simulationsmodell in Vensim™ (System Dynamics); Modellierung deterministischer Differentialgleichungssysteme (im Computermodell natürlich Differenzgleichungen)
- Modellgleichungen; alle Modellparameter sind aus Modellgleichungen „ausgekoppelt“, so dass Parameter beliebig (etwa mit SyntheSim oder per Monte-Carlo-Simulation) variiert werden können, ohne die Modellgleichungen anpassen zu müssen
- es liegen keine steifen oder besonders komplizierte Differentialgleichungen vor; Integrationsmethode ist RUNGE-KUTTA-Verfahren 4.Ordnung
- Modell-Datei: „A\_Rentenmodell.mdl“

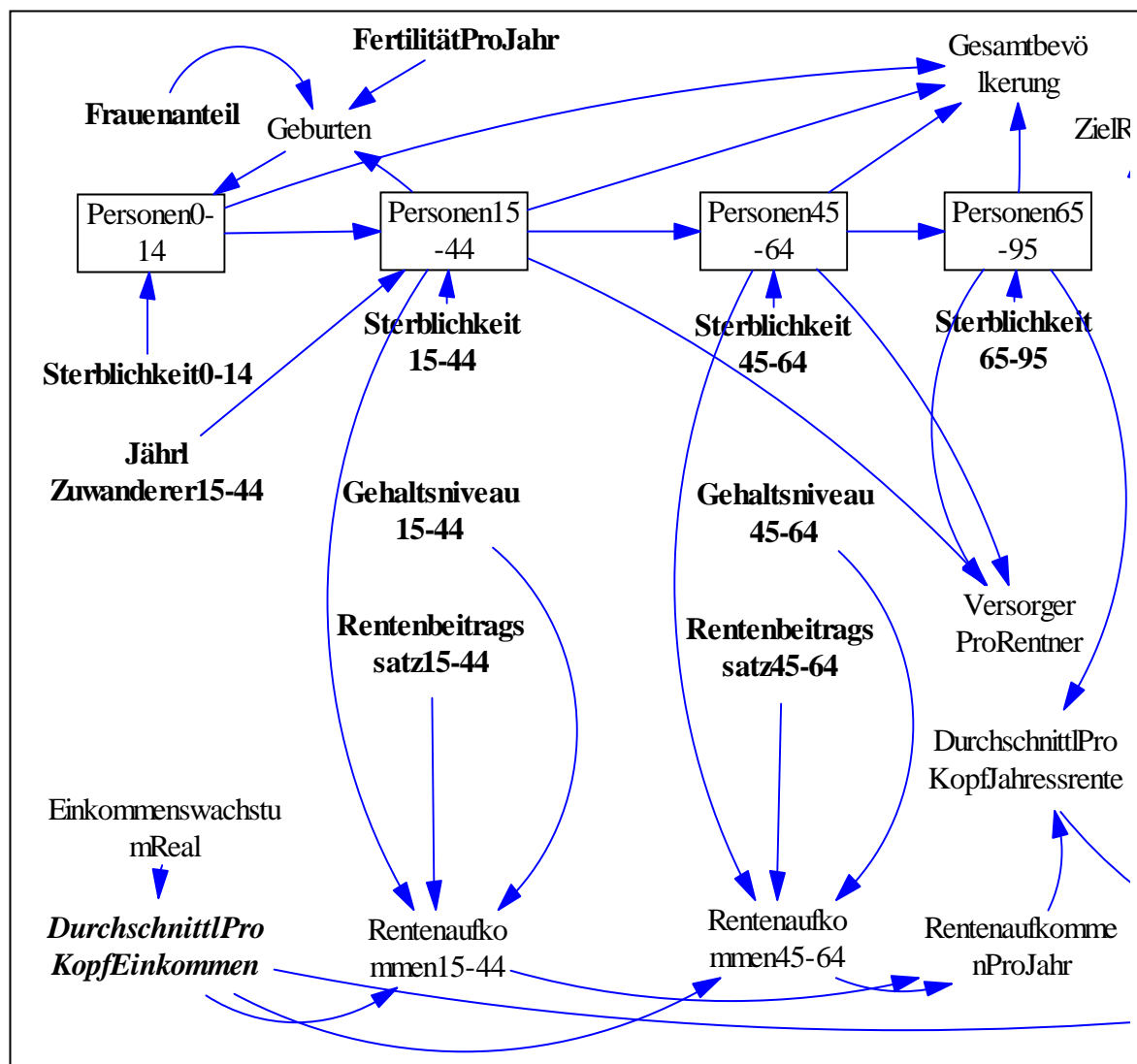


Abbildung 1: Vensim-Diagramm des Bevölkerungsmoduls (Quelle: Eigenes Modell)

### Ausgewählte Modellgleichungen & wichtige Annahmen

- Extreme Vereinfachungen: Im Modell keine Inflation und kein Wachstum des Einkommens (außer Zusatzszenarien 1.2. und 2.2. s. u.); keine Modellierung des Bruttoinlandsproduktes (BIP-Wachstum), der Interaktion zwischen BIP-Wachstum und Bevölkerungsentwicklung bzw. Preisen, sowie den Aktienmärkten (wie etwa in Neoklassischer Wachstumstheorie und FISCHERS Zinsformeln).
- Modellkalibrierung so, dass Rentensatz in 2005 = 65% des durchschnittlichen Pro-Kopf-Einkommens (Rentenbeitragsatz  $\rightarrow$  15,9%, statt 19,5%, Details dazu s.u.)

$$\text{DurchschnittlProKopfJahressrente}_t = \text{RentenaufkommenProJahr}_t / \text{Personen65-95}_t$$

Diese Gleichung garantiert die Kaufkrafterhaltung der Rente. Die Kopplung der

Rente an das nominale Lohnniveau garantiert, dass ein Renteneuro immer die gleiche Kaufkraft wie ein Euro aus Arbeitsentgelt hat. Wenn im Modell die Löhne wachsen (egal ob real oder nominal) bewegt sich die Rente immer im Gleichschritt dazu.

- Feinere Annahmen über Einkommen, Wachstum, Inflation, etc., sind in diesem einfachen Modell nicht implementiert - können aber mit entsprechenden Kenntnissen und Aufwand jederzeit modelliert werden.

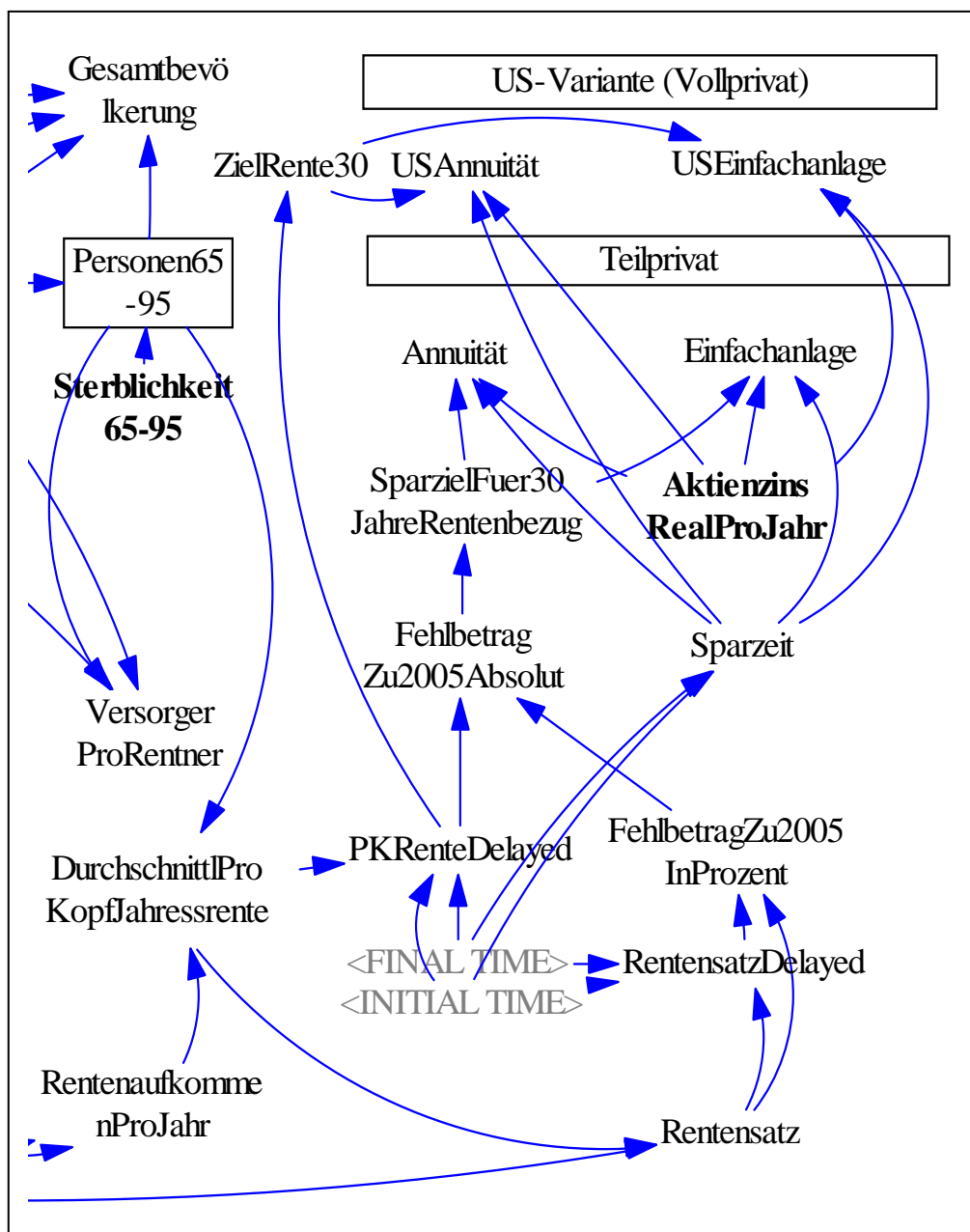


Abbildung 1a: Vensim-Diagramm des Finanzierungsmoduls (Quelle: Eigenes Modell)

- $Rentensatz_t =$

$$DurchschnittlProKopfJahressrente_t / DurchschnittlProKopfEinkommen_t$$

Wegen Kaufkraftrehaltung der Renten ist auch Rentensatz wachstumsneutral

- **Besonders wichtige Annahme** ist, dass es nach Renteneintritt im Jahr  $t$  der Rentner 30 Jahre lang nur noch die konstante jährliche Rente  $DurchschnittlProKopffahressrente_t$  erhält. Dies ist unproblematisch in Szenarien 1.1 und 2.1 führt aber in den Zusatzszenarien 1.2 und 2.2 mit Einkommenswachstum zur allmählichen Entwertung jeder einmal in  $t$  fixierten Rente.
- **Um für Frage 4 realistische Ergebnisse zu erhalten wird angenommen:**
  - Konstante Reale Aktienrendite = 8% nominal - 2% Inflation = 6% (wie vorgegeben)
  - $FehlbetragZu2005InProzent_t = (Rentensatz_t - Rentensatz_{t_0}) / Rentensatz_{t_0}$
  - $FehlbetragZu2005Absolut_t =$

$$FehlbetragZu2005InProzent_t * DurchschnittlProKopffahressrente_{t_0}$$

- Berechnung der notwendigen konstanten Anlageannuität:

Die Person sei am 1.1.2005 24 Jahre alt, also am 1.1.2006 25 Jahre und am 1.1.2046 beginnt die Rente mit Vollendung des 65. Lebensjahres. Zum 1. Januar *jeden* Jahres wird ein konstanter Geldbetrag  $J$  in Aktien angelegt und bis zur Renteneintritt dort belassen. Die Verzinsung ist *nachschüssig* der Wert der Anlage nach einem Jahr, also am 31.12. (bzw. am 1.1. des Folgejahres), beträgt dann  $J * (1+r)$ ;  $r$  ist die reale Aktienverzinsung von 6% (s.o.). Das Sparziel  $S_t$  für eine Person, die zur Zeit  $t$  nach  $\tau$  (hier 40) Jahren in Rente geht, beträgt:

$$S_t = SparzielFuer30JahreRentenbezug_t = FehlbetragZu2005Absolut_t * Rentenzeit$$

Die Rentenbezugszeit beträgt im Modell 30 Jahre und die Sparzeit entspricht der Lebensarbeitszeit  $\tau$  (s.o.). Damit beträgt die Formel für den jährliche Anlageannuität (Betrag, der jedes Jahr zum bisherigen Anlagebetrag hinzukommt) bei Rentenaustritt im Jahre  $t \in [INITIALTIME, FINALTIME]$  (Quelle: Eigene Herleitung) :

$$J_t = S_t \times \frac{-r/(1+r)}{1 - (1+r)^{-\tau}}$$

Bei einmaliger Anlage eines Betrages zu Beginn der Arbeitszeit (INITIAL TIME im Modell) ist der gesuchte einmalige Anlagebetrag bei Renteneintritt in  $t$ :

$$V_t = \frac{S_t}{(1+r)^{\tau}}$$

Beide Gleichungen auch für Frage 4.b (Vollprivat) anwendbar mit  $S_t = RenteIn2005 * 30Jahre$ , aber wg. dieser Gl. sind obige Finanzierungsformeln für Sz. 1.2 & 2.2 nicht zu benutzen – daher in Sz. 1.2 & 2.2. keine Berechnung von Sparbeträgen

Das Modell rechnet auch für Personen, die vor 2045 in Ruhestand gehen damit, dass diese 40 Jahre vor ihrem Renteneinstieg in  $t < 2045$  Sparbeträge anlegen, die zur Auffüllung der Fehlbeträge in  $t$  auf 65% des Einkommens in  $t$  reichen (dies erklärt die Werte des US-Systems in Tab. 2, was keine Rückkopplung mit der Demographie hat).

- Alle weiteren Gleichungen sind aus Plausibilitätsüberlegungen heraus konstruierbar und im Modell einsehbar (Datei: A\_Rentenmodell.mdl)

### Parameterwerte & Annahmen

- Alle zeitkonstanten Parameter sind im Modellbild (Abb. 1) fett gedruckt.
- Zeitraum: 2005 - 2045
- Bevölkerung
  - Startwerte für 2005: s. Tabelle 1

<i>Altersgruppe</i>	<i>ca. Anzahl in 2004</i>	<i>Sterblichkeit</i>	<i>Gehaltsniveau</i>
0..14	12 Mio.	6,5%	0% (kein Erwerbseink.)
15-44	35 Mio.	2,3%	80%
45-64	21 Mio.	2,2%	120%
65- 95	13 Mio.	100%	0%

**Tabelle 1: Bevölkerungscharakteristika (Quelle: Wiedemann, 2005)**

- nur Gruppe der 15-44-jährigen Frauen gebärt Kinder, Frauenanteil in dieser Gruppe = 51% (Central Intelligence Agency, 2005)
- Fertilität: Im Schnitt gebärt jede Frau aus der Gruppe der 15-44-Jährigen 1,4/30 Kinder pro Jahr (Wiedemann, 2005)
- Es gibt im Modell keine Personen über 95 Jahre.
- **Szenario 1** (Sz1.1): Keine Zuwanderung
- **Szenario 2** (Sz2.1): Jährliche Zuwanderung v. 0,2 Mio in Gruppe der 15-44-Jährigen (s. a. Pöttsch & Sommer, 2003, S. 21 & 24 – dort Zuwanderung in ähnlicher Größenordnung)
- Bruttomonatsverdienst im produzierenden Gewerbe, Handel & Dienstleistungen (Statistisches Bundesamt, 2005):
  - Arbeiter (38% der Erwerbstätigen) 2.500 EUR
  - Angestellte (62% der Erwerbstätigen) 3.384 EUR
  - Jahresdurchschnitt =  $12 * (0,62*3384 - 0,38*2500) = 36.576$  EUR
  - Im Modell sind Inflation und reales Wachstum des Einkommen = 0 (gilt für Sz. 1.1 und Sz2.1), um nur den Effekt der demografischen Entwicklung zu simulieren; bei relativen Größen wie Rentenniveau (bzgl. Einkommen) hat Einkommenswachstum auch keinen Einfluss in diesem Modell
  - **Zusatzszenario 1** (Sz1.2): Für Sz. 1.1 Jahreseinkommen wächst um 2% pro Jahr – und damit auch die an das aktuelle Einkommensniveau gekoppelten Renten
  - **Zusatzszenario 2** (Sz2.2): Für Sz. 2.1 Jahreseinkommen wächst um 2% pro Jahr – und damit auch die Renten
  - in beiden Wachstumsszenarien, wachsen zwar die nominalen Rentenbeträge, aber der reale Wert ist unverändert, da mit wachsendem Einkommen die Modellstruktur auch Preisniveau-Zunahme impliziert!
- Rentenbeitragssatz vom Bruttomonatslohn = 19,5% (nominal)
  - Kalibrierung auf 15,9%, um Rentensatz i.H.v. 65% in 2005 zu erzielen. Grund: Nicht-Sozialversicherungspflichtiges Einkommen etc. nicht aus obigem Wert für Bruttojahreseinkommen rausgerechnet. Weitere starke Vereinfachungen in Wert

von 36.576 EUR enthalten. Der Wert wurde gewählt, da andere Quellen keine Trennung nach Einkunftsarten. Auch sind kaufkraftbereinigte Werte wie bspw. in Central Intelligence Agency (2005) hier nicht zulässig, da sie eine Verzerrung der realen inländischen Kaufkraft erzeugen, wenn nicht Dtl. das Bezugsland ist (i.d.R. sind dies die USA).

### Verifizierung & Validierung

- Testlauf für Bevölkerungsentwicklung liefert Ergebnisse (Abb. 2), die mit mittlerer Prognose aus Pöttsch & Sommer (2003) übereinstimmen (Abb. 3)
- Keine weitere Verifizierung oder Validierung des Modells; mögliche weitergehende Schritte wie etwa multivariate Sensitivitätsanalyse unsicherer Parameter, Analyse der Modellabweichungen von empirischen Vorgaben mittels Theils Ungleichheitsstatistik, u.a. sind in Sterman (2000, Kap. 21) beschrieben.

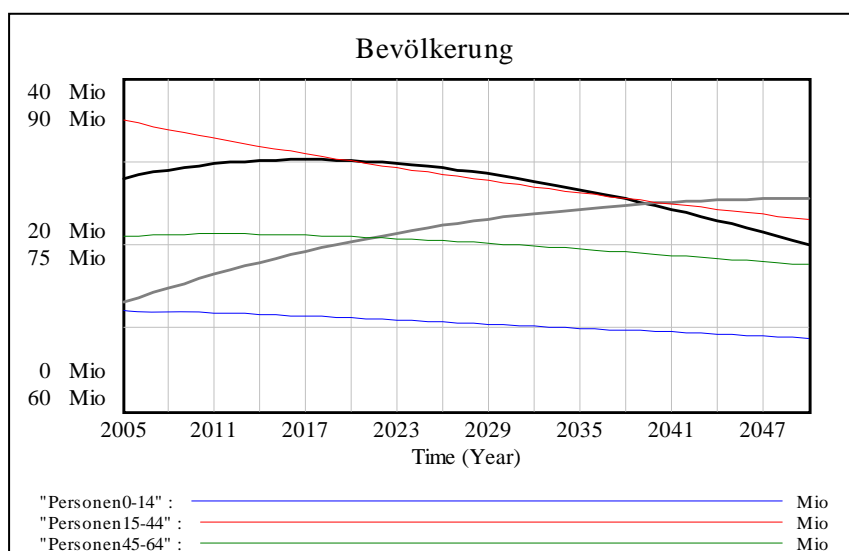


Abbildung 2: Verifizierung der Bevölkerungsentwicklung 2005 bis 2050

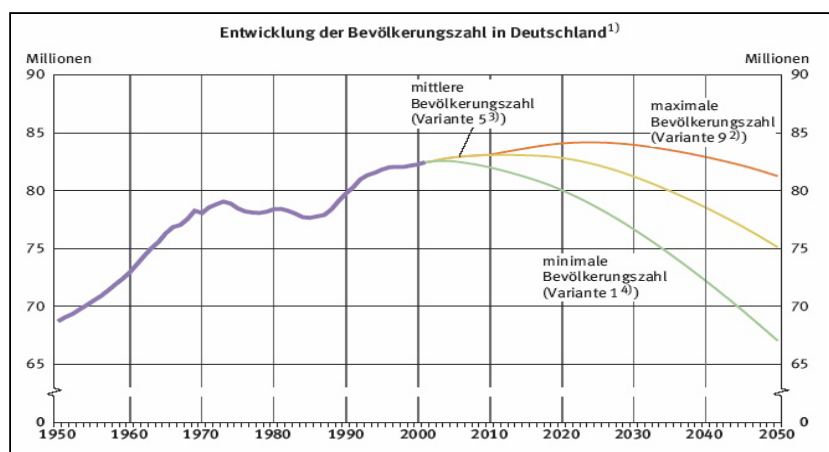


Abbildung 3: Bevölkerungsprognose des Statistischen Bundesamts bis 2050 (Quelle: Pöttsch & Sommer, 2003)

### 3. Resultate

#### *Untersuchungsstrategie*

Die oben genannten Szenarien werden bezüglich verschiedener Gesichtspunkte analysiert. Alle Zahlen für 2045 sind in Tab. 2 (Kap. 4) übersichtlich dokumentiert.

#### **Bevölkerungsentwicklung**

- Bild: Bevölkerungszahlen gesamt und für je Altergruppe (Ein Graph)
- Bild: Anzahl der Versorger pro Rentner

#### **Rentenentwicklung**

- Bild: Totales jährliches Rentenaufkommen, in Mio EUR, und nach den zwei Versorgergruppen der 15-44- & 45-64-Jährigen
- Bild: Absoluter Fehlbetrag in EUR für 30-jährige Rentenbezugszeit für Frage 4 a. und 4 b. (US-Modell), sowie Zahlenangaben für Frage 3

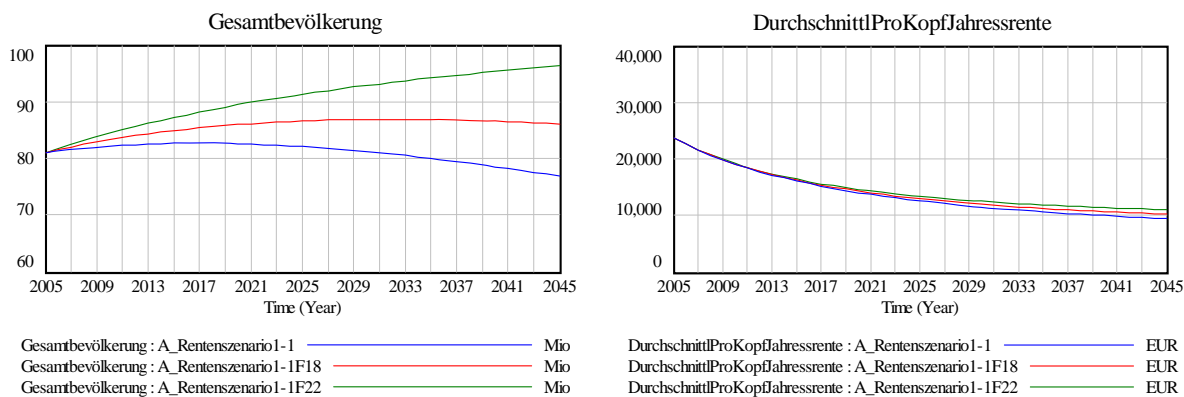
#### **Private (Teil-)Vorsorge**

- Bild: Annuitätenanlagebetrag für Frage 4 a. und 4 b.
- Bild: Einfachanlagebetrag für Frage 4 a. und 4 b.

Es werden nicht für jedes Szenario alle Diagramme abgebildet. Insbesondere für die Wachstumsszenarien (Sz. 1.2 & 2.2) ändert sich nichts an den relativen Größen, nur absolute Größen wie totales Rentenaufkommen, absoluter Fehlbetrag, notwendiger Anlagebetrag sind verschieden zu den Resultaten aus Sz. 1.1 und 2.1 (wg. der nicht anwendbaren Finanzierungsformeln des Modells aber nicht angegeben). Für alternative Geburtenraten (Frage 2) wird in Szenario 1.1 (ohne Zuwanderung) und Szenario 2.1 (mit Zuwanderung) die Bevölkerungsentwicklung angegeben und der Rentensatz. Numerische Resultate für alle Szenarien und untersuchte Gesichtspunkte (s.o.) finden sich in den Datendateien in der Archivdatei "A\_Rentenmodell.zip".

#### *Szenario 1.1: Kein Einkommenswachstum, keine Zuwanderung*

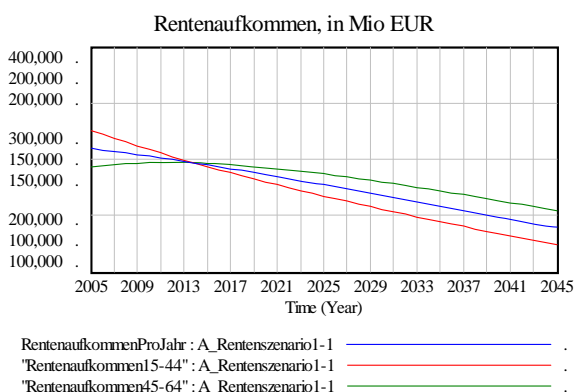
- Für die **Gesamtbevölkerung bei unterschiedlichen Fertilitäten**  $F$  (1,4, 1,8, 2,2) ergeben sich zwar bedeutende Änderungen (s. Abb. 4 links: 2045: zw. 76 Mio und 96 Mio.) aber nur geringe Unterschiede für die jährlichen Renten (s. Abb. 4 rechtes: 2045: zw. 9400 und 11000).  
- Rentenaufkommen bei  $F = 2,2$  um 56 Mrd. EUR höher aber die nur geringfügig höhere Rentnerzahl bei  $F = 2,2$  von 26,76 Mio (statt 25,41 Mio bei  $F = 1,4$ ) verteilt den Rentenüberschuss auf die immer noch hohe Rentnerzahl, m.a.W. Rentnergruppe ist relativ zur Restbevölkerung so groß, dass selbst bedeutende Bevölkerungszunahmen, Rente nicht stabilisieren (Achtung: Resultat könnte auch Artefakt des Modells sein, da es selbst bei Zuwanderung &  $F = 2,2$  bis 2105 keine Besserung siehe Datei A\_Rentenszenario1-1T2100\*.vdf im Dateiarchiv).



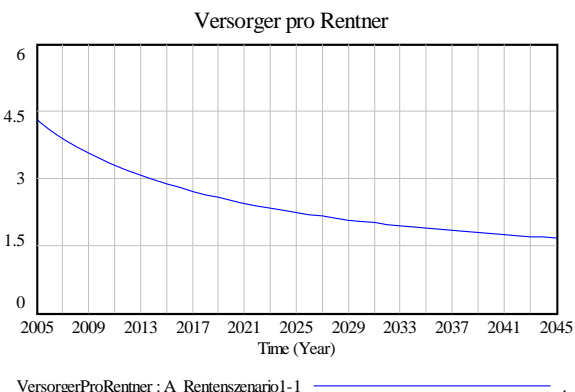
**Abbildung 4: Gesamtbevölkerung und durchschnittliche Jahresrente bei verschiedenen Fertilitäten**

- Für **Szenario 1.1 ohne Änderung der Fertilität** zeigt sich folgende Entwicklung des totalen Rentenaufkommens sowie des Rentenaufkommens nach den zwei Versorgergruppen (Abb. 5):

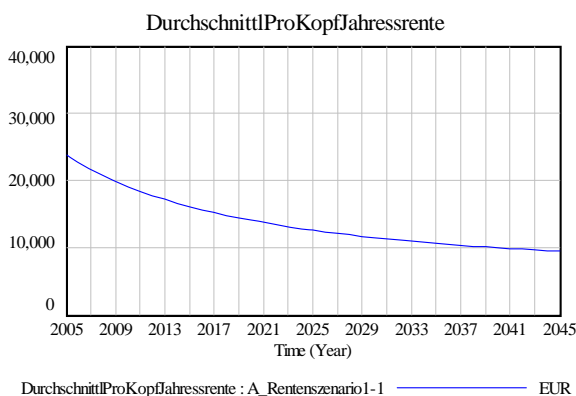
- **Grund** für die abnehmende Rente findet sich in Abb. 6 – relative Größe der Versorgergruppe schrumpft im Vergleich zur Rentnergruppe (oder die inverse Aussage) – was exakt mit Abb. 7a für die Jahresrente korrespondiert



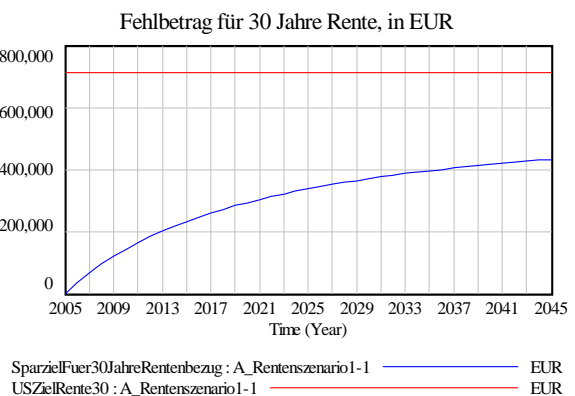
**Abbildung 5: Rentenaufkommen**



**Abbildung 6: Versorger pro Rentner**



**Abbildung 7a: Jahresrente**



**Abbildung 7b: 30-Jahres-Fehlbetrag zu Rentenbeginn (2045)**

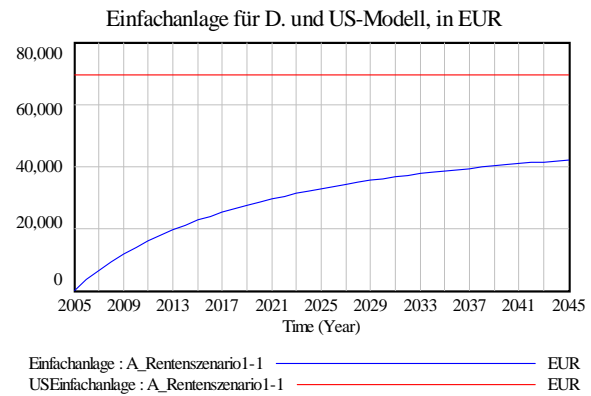
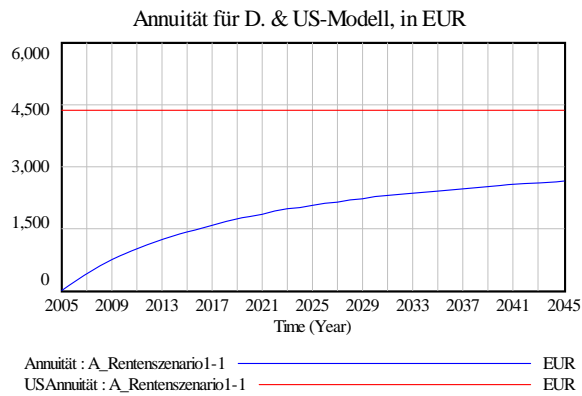


Abbildung 8: Notwendige Annuität D. &amp; US

Abbildung 9: Notwendige Einfachanlage D. &amp; US

- Abbildungen 7 – 9 beleuchten die Entwicklung der Rente. In 2045 ergibt sich eine Jahresrente i.H.v. 9.407 EUR und damit ein Rentensatz von ca. 26% des Durchschnittseinkommens in 2045 (in 2005: 65% des Einkommens in 2005, Abb. 7a). Der Rentenfehlbetrag bei Renteneintritt in  $t = 2045$  beträgt insgesamt 431.763 EUR im dt. Modell und 713.975 EUR im US-Modell, um für die kommenden 30 Lebensjahre eine Rente von 65% des Lohnes *zum Renteneintrittszeitpunkt* zu fixieren (Abb. 7b).

- Bei Rentenaustritt in 2045 gilt: Könnte man als Werk­tätiger während seiner gesamten Arbeitszeit von 40 Jahren einen konstanten jährlichen Betrag in Aktien mit einer Rendite von 6% anlegen, müsste man im dt. Modell jedes Jahr je 2.632 EUR, im US-Modell jedes Jahr je 4.352 EUR investieren. Legt man nur einen Betrag für 40 Jahre an, muss man in D. 41.977 EUR, im US-Modell 69.414 EUR investieren.

#### *Szenario 1.2: Zwei Prozent reales Einkommenswachstum pro Jahr, keine Zuwanderung*

- Anmerkung: Bei den Wachstumsszenarien 1.2 und 2.2. sind Fehlbeträge, Sparziele, Annuitäten & Einfachanlagen nicht angegeben, da die spezielle Modellstruktur hier zu falschen Ergebnissen führte. Kann durch einige Handgriffe leicht behoben werden.
- Bevölkerungsentwicklung und alle anderen Größen wie in Sz. 1.1 außer für:
  - absolute Rente (in 2045: 20.935 EUR, was wg. der Kaufkraftherhaltung *real* der Rente aus Sz. 1.1 ohne Wachstum entspricht)
  - Totales Rentenaufkommen (in 2045: 531 Mrd. statt 239 Mrd. EUR)

• Setzt man die **Fertilität kontrollweise auf 2,2** ergeben sich daraus Unterschiede auch in den Sparbeträgen. Abb. 10 – 12 zeigen, dass insb. bei den jungen Erwerbstätigen das totale Rentenaufkommen steigt. Bei längerer Simulationszeit würde sich die Verbreiterung der Bevölkerungsschichten durch alle Altersgruppen fortsetzen. Absolute Pro-Kopf Rente steigt zwar (Abb. 12), wegen des Einkommens und Bevölkerungswachstums, aber der erhöhte Rentensatz (aus Abb. 13 folgerbar) ist hier *nur* auf die erhöhte Fertilität zurückzuführen, da im Modell durch die Definition der durchschnittlichen Jahresente (s.o.) eine feste Verkopplung von Einkommens- und Rentenwachstum vorliegt (Kaukrafterhaltung für Sz. 1.1 und 2.1 ohne Einkommenswachstum).

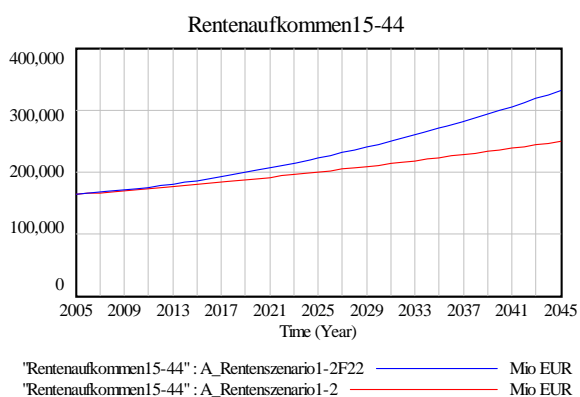


Abbildung 10: Rentenaufkommen Gruppe 15-44

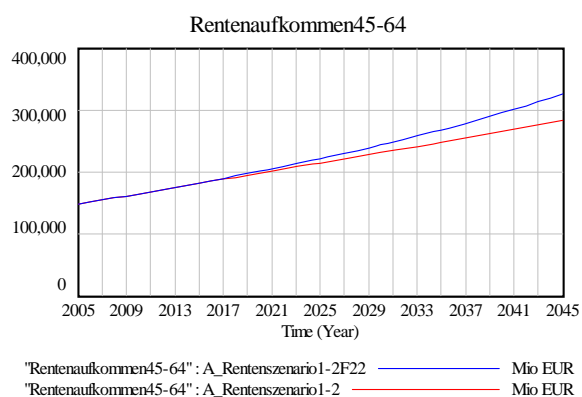
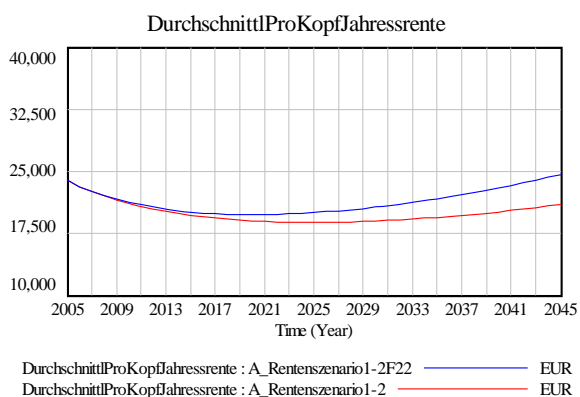
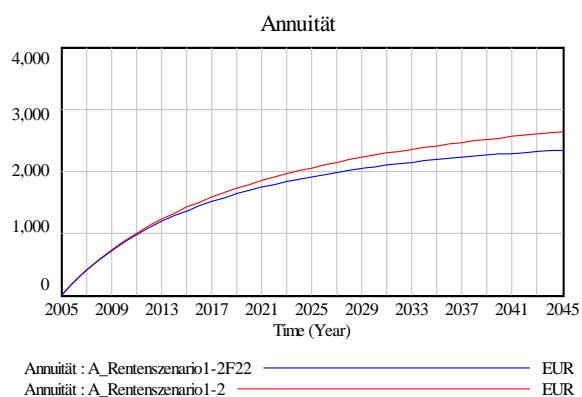


Abbildung 11: Rentenaufk. Gruppe 45-64

Abbildung 12: Jahresrente bei  $F = 1,4$  und  $2,2$ Abbildung 13: Annuität im dt. Modell ( $F=1,4/2,2$ )

- Wie schon bei den verschiedenen Fertilitäten in Sz. 1.1 ergibt sich hier wieder ein nur geringer Gewinn für das Rentenniveau, da die relative Versorgerzahl enorm schrumpft. Das Einkommenswachstum wird sofort durch das im Modell daran gekoppelte Rentenwachstum niveliert, m.a.W. bei Erhaltung der Kaufkraft der Renten bei Renteneintritt sind diese per definitionem bis dahin wachstumsneutral. Natürlich bleibt obige Anmerkung für die Zeit *nach* Renteneintritt gültig (Entwertung der Renten).

Szenario 2.1: Kein Einkommenswachstum, Zuwanderung von 0,2 Mio pro Jahr

- Bei Zuwanderung gilt qualitativ das zu Sz. 1.2 mit erhöhter Fertilität Gesagte. Die Entwicklung des Pro-Kopf-Einkommen spielt nur für die absolute Rente eine Rolle (Kaufkraftparität) nicht aber die Relative. Die durch Zuwanderung erhöhte Bevölkerung wird qualitativ gleiche Folgen wie die erhöhte Fertilität in Sz.. 1.2 haben nur die absoluten Zahlen für Jahresrente, Fehl- und Sparbeträge unterschieden sich da es hier kein Einkommenswachstum gibt (s. Abb. 16 & 17).

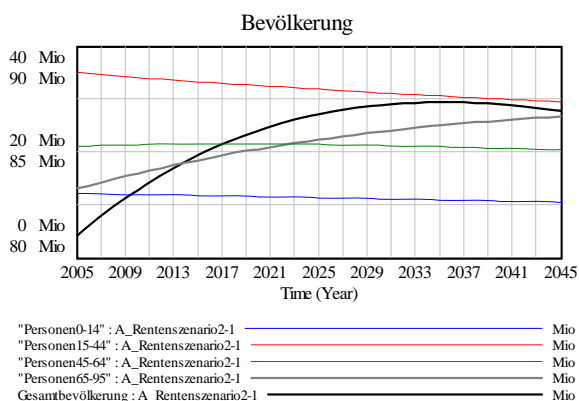


Abbildung 14: Bevölkerungsentwicklung mit Zuwanderung

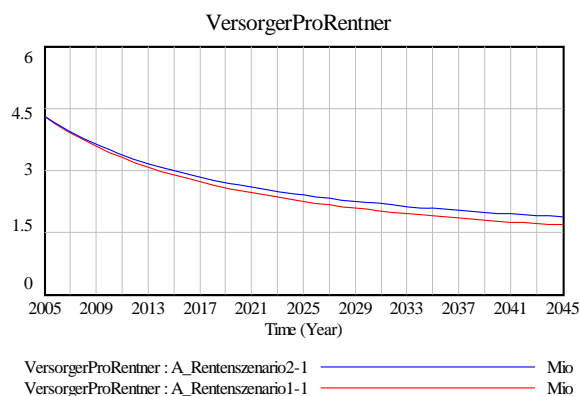


Abbildung 15: Versorger/Rentner mit & ohne Zu.

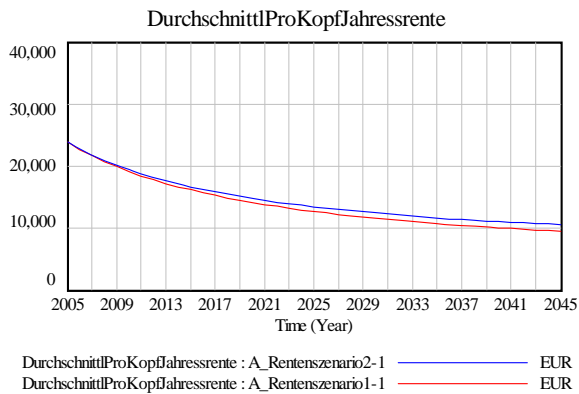


Abbildung 16: Jahresrente mit und ohne Zuwanderung

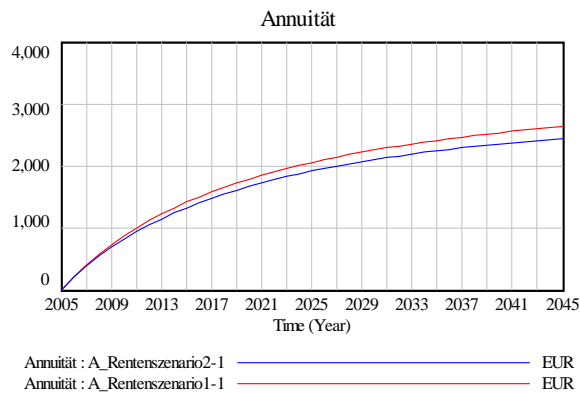
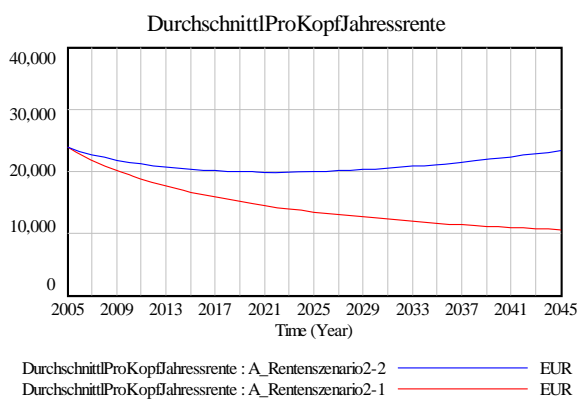


Abbildung 17: Annuität mit & ohne Zuwand.

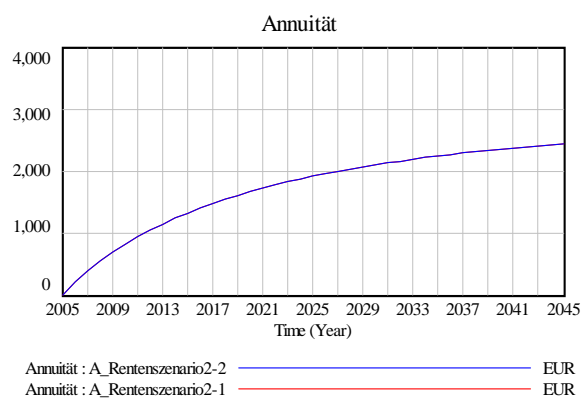
- In 2045 gilt für Sz. 2.1: Bevölkerung = 86,9 Mio, Jahresrente = 10.467 EUR, 30-Jahresrente-Fehlbetrag = 399.941 EUR, Annuität im dt. System = 2.438 EUR, Annuität im US-Modell = 4.352 EUR

Szenario 2.2: 2 Prozent reales Einkommenswachstum und Zuwanderung von 0,2 Mio pro Jahr

- Für Sz. 2.2. gelten zu Sz. 1.2 mit erhöhter Fertilität und bei der Bevölkerung zu Sz. 2.1 analoge Aussagen; die genauen Zahlen sind aber verschieden (s. Abb. 18 & 19)



**Abbildung 18: Jahresrente bei Zuwanderung mit & ohne Einkommenswachst.**



**Abbildung 19: Annuität bei Zuwanderung mit & ohne Einkommenswachst.**

- Das Einkommenswachstum ändert die absolute Rente (Abb. 18), nicht aber die relativen Werte (Abb. 19), da Rentensatz, Fehl- und Sparbeträge wachstumsneutral (s.o.).

- In 2045 gilt für Sz. 2.2: Bevölkerung = 86,9 Mio, Jahresrente = 23.297 EUR; nicht angegeben werden 30-Jahresrente-Fehlbetrag, Annuität im dt. System und im US-Modell

## 4. Diskussion und Schlussbemerkungen

*Antworten zur Aufgabenstellung & Zusammenfassung*

- Frage 1: Sz. 1 76,8 Mio; Sz. 2 86,9 Mio
- Frage 2: Sz. 1-F18 86,07 Mio; Sz.1-F22 96,3 Mio
- Frage 3: Rentensatz 2045 ohne regulierende Eingriffe = 25,7%, Jahresrente = 9.407 EUR
- Frage 4 a. (Dt. Sz. 1.1): Annuität = 2.632 EUR, Einmalanlage = 41.977 EUR
- Frage 4 b. (USA Sz. 1.1): Annuität = 4.352 EUR, Einmalanlage = 69.414 EUR

- Wichtigste Schlussfolgerungen:
  - Verlust von 60% des Rentenniveaus in 2045 ohne regelnde Eingriffe (s. Tab. 2)
  - Kaufkraftpräservierende Renten sind per definitionem wachstumsneutral (vgl. Szenarien x.1 (ohne Wachstum) mit x.2 (mit Einkommenswachstum) in Tab. 2)

- allein die demografische Entwicklung kann reale Rentensituation verändern, aber nur geringfügig, da Rentenniveau (= Rentensatz) bei Verdreifachung der Rentner nicht mit normalen Bevölkerungsbewegungen stabilisierbar (s. Sz. 1.2) – Die Vervielfachung der Rentner relativ zur Restbevölkerung rührt

1. von den geburtenstarken Nachkriegsjahrgängen, die nun in Rente gehen und
2. von den geburtenschwachen aktuellen Versorgerjahrgängen her.

Diese brisante Mischung führt zum Zusammenbruch der Renten.

- Bedeutender *jährliche* Sparbetrag (Annuität) nötig, um realen Rentensatz von 65% zu halten

2045	Sz. 1.1 F=1,4	Sz. 1.1 F=2,2	Sz. 1.2 F=1,4	Sz. 1.2 F=2,2	Sz. 2.1 F=1,4	Sz. 2.2 F=1,4
<b>Bevölkerung</b>	76,8 Mio	96,3 Mio	76,8 Mio	96,3 Mio	86,9 Mio	86,9 Mio
<b>Versorger je Rentner</b>	1,66	1,98	1,66	1,98	1,87	1,87
<b>Totales Rentenaufk.</b>	239 Mrd	295 Mrd	531 Mrd	657 Mrd	279 Mrd	621 Mrd
<b>Jahresrente</b>	9.407 EUR	11029 EUR	20936 EUR	24546 EUR	10468 EUR	23297 EUR
<b>30-Jahre-Fehlbetrag</b>						
<b>Dt.</b>	431.763 EUR	383.103 EUR			399.941 EUR	
<b>US</b>	713.975 EUR	713.975 EUR			713.975 EUR	
<b>Annuität</b>						
<b>Dt.</b>	2.632 EUR	2.335 EUR			2.438 EUR	
<b>US</b>	4.352 EUR	4.352 EUR			4.352 EUR	
<b>Einmalinvest.</b>						
<b>Dt.</b>	41.977 EUR	37.246 EUR			38.883 EUR	
<b>US</b>	69.414 EUR	69.414 EUR			69.414 EUR	

Tabelle 2: Numerischer Vergleich der Szenarien (zum Vergleich: Jahresrente 2005 Sz. 1.1 = 23.799 EUR)

### Problembetrachtung

- Insgesamt mehr Modellkomplexität nötig; die im Interesse einer schnellen und vereinfachten Modellierung enge *direkte* Verkopplung aller Größen untereinander, blendet viele reale Effekte aus; die **stärksten Vereinfachungen liegen in der Einkommens- und Rentenmodellierung**
- Kurze Fehlerbetrachtung:
  - Zuwanderung nur zu Gruppe der 15-44-Jährigen → Folge: zu viele Geburten, und damit langfristig zu optimistische Rentenschätzung
  - Es gibt im Modell keine Personen über 95 Jahre → Folge: Pro-Kopf-Rente zu optimistisch (hoch)

- feinere Aufteilung in mehr Bevölkerungsgruppen (Alterkohorten) würde Validität insb. bei Geburten und Einkommensniveau erhöhen.
- Extrem einfache Modellierung der Einkommensentwicklung und damit der Rentenbeiträge → Folgen: bivalent, Rückkoppelung von Bevölkerung und BIP fehlt
- in realistischeren Szenarien 1.2 und 2.2 (je mit Einkommenswachstum) ist Rente ab Renteneintritt nicht mehr kaufkraftparitätisch → Folge: Notwendige Sparbeiträge stark unterschätzt
- Keine Arbeitslosigkeit im Modell (einfach durch weitere Gruppe, die aus Teilen der Gruppen der 15-44- und 45-64-Jährigen zusammengesetzt darstellbar) → Folge: zu hohe (optimistische) Rentenbeiträge
- Renteneinnahmen ohne Steuerzuschüsse modelliert → Folge: zu geringe Renteneinnahmen
- Kein Demografischer Faktor für langfristige bevölkerungsabhängige Entwicklung des Rentenniveaus eingebaut → Folge: bivalent, a priori unklar, durch Simulation klärbar
- Einfache Anpassungen im Modell würden auch Berechnung von Spazilen und Annuitäten bei Einkommenswachstum erlauben

## Quellen:

Central Intelligence Agency (2005): *The World Factbook 2005*, Central Intelligence Agency, Washington

Pöttsch, Olga; Sommer, Bettina (2003): *Bevölkerung Deutschlands bis 2050 – Ergebnisse der 10. koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung*, Statistisches Bundesamt, Wiesbaden

Statistisches Bundesamt (2005): diverse Daten für Parameterwerte, DESTATIS, Wiesbaden

Sterman, John D. (2000): *Business Dynamics*, McGraw-Hill Education, New York

Wiedemann, Thomas (2005): *Simulation ökonomischer Prozesse*, Dresden